

## Tension électrique et/ou différence de potentiel ?

La tension électrique est une notion couramment utilisée en électrocinétique ou électrotechnique dans l'approximation des régimes quasi stationnaires (ARQS). Cependant, sa définition précise est loin d'être évidente, ainsi que son éventuelle identification avec la différence de potentiel électrique.

Nous ne nous intéresserons ici qu'aux circuits immobiles. La prise en compte du mouvement ajoute un terme  $\vec{v} \wedge \vec{B}$  dans la loi d'Ohm locale, mais n'ajoute rien à la discussion ici présente.

Nous étudierons tout d'abord une définition de la tension valable notamment en statique (partie 1), puis les problèmes de l'identification avec une différence de potentiel (partie 2). Ensuite, les résultats d'une expérience à première vue troublante sont donnés (partie 3) et interprétés en définissant la tension d'une façon généralisée par rapport à la partie 1 (partie 4). Les résultats peuvent aussi être compris en termes de différence de potentiel (partie 5). On conclut en établissant la quantité réellement mesurée par les voltmètres (partie 6).

### 1 Définition restreinte, sans aucune ambiguïté, et conséquences

#### 1.1 Définition

Feynman a proposé [1] une définition qui a le mérite (et le défaut !) de faire disparaître les causes des problèmes.

Si on s'intéresse à un dipôle  $AB$ , et **si on suppose que le champ magnétique reste confiné à proximité de ce dipôle**, on peut poser (voir Fig. 1 où la zone grisée représente la partie de champ magnétique non nul)

$$u_{AB} = \int_{A(\text{chemin ext})}^B \vec{E} \cdot d\vec{l},$$

où le chemin d'intégration est dans une zone de champ magnétique nul (ou tout au moins indépendant du temps).

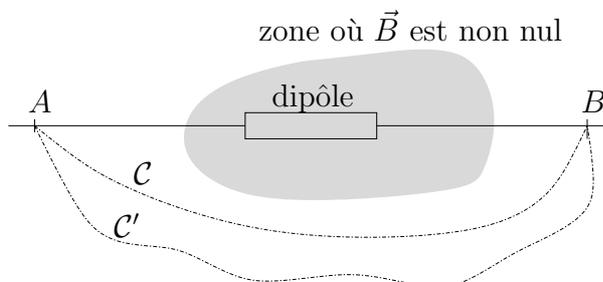


FIGURE 1 – Modélisation d'un dipôle avec champ magnétique confiné.

Une telle définition de la tension implique son unicité : si on choisit un autre chemin, alors

$$u_{AB,C} = u_{AB,C'}.$$

En effet,  $\oint_{C \cup C'} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = 0$  d'après les hypothèses réalisées :  $\vec{B}$  est nul sur au moins une surface  $S$  qui s'appuie sur les deux chemins liant  $A$  et  $B$ .

Cette définition pose évidemment des problèmes car tout fil parcouru par un courant engendre un champ magnétique et le champ magnétique n'est donc jamais rigoureusement confiné.

## 1.2 Relation intensité-tension pour les dipôles linéaires usuels

Il est intéressant à ce point de vérifier que cette définition mène aux caractéristiques courant-tension bien connues.

Dans le cas général (Fig. 2), on obtient :

$$u_{AB} = \int_{A(\text{chemin ext})}^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \oint_{\text{boucle}} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{A(\text{chemin int})}^B \vec{E} \cdot d\vec{l},$$

où la boucle est parcourue dans le sens +. Or,

$$\oint_{\text{boucle}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

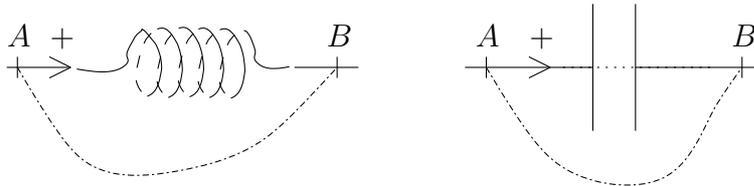


FIGURE 2 – Dipôles élémentaires.

On distingue alors deux cas :

– résistance/inductance : par définition,  $\Phi = LI^a$  ( $L = 0$  pour une résistance pure).

Dans le dipôle,  $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ , où  $\gamma$  est la conductivité du métal. Comme  $I \simeq jS$  pour un

conducteur filiforme, on en déduit  $\int_{A(\text{chemin int})}^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{I}{\gamma S} \int dl = RI$ . Au total,

$$u_{AB} = RI + L \frac{dI}{dt};$$

a. Par linéarité des équations de Maxwell, la valeur de l'inductance est indépendante de l'amplitude du champ magnétique, et ne dépend que de la géométrie du dipôle en ARQS magnétique.

– condensateur : cette fois-ci  $\Phi = 0$ , et  $\int_{A(\text{chemin int})}^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{\int_{A(\text{chemin int})}^B \vec{E} \cdot d\vec{l}}{\iint_{\text{armatures}} \vec{E} \cdot d\vec{S}} \iint_{\text{armatures}} \vec{E} \cdot d\vec{S}$ .

Le rapport vaut  $\varepsilon_0/C$ , où  $C$  est la capacité du condensateur<sup>b</sup>. D'après le théorème de Coulomb, le second terme est égal à  $q/\varepsilon_0$ . On obtient au total

$$u_{AB} = \frac{q}{C}.$$

On retrouve les caractéristiques bien connues.

### 1.3 Loi des mailles

Soit un circuit tel que celui de la figure 1.3. Les tensions définies sur ce schéma vérifient

$$u_{AB} + u_{BC} + u_{CD} + u_{DA} = 0$$

car la boucle définissant les tensions n'entoure aucun flux magnétique.

La loi des mailles est donc bien vérifiée<sup>c</sup>.

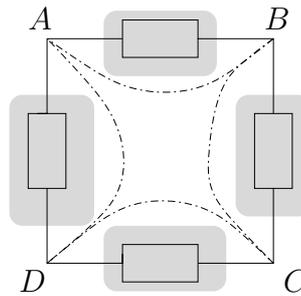


FIGURE 3 – Circuit complet.

## 2 Lien avec la différence de potentiel ?

Commençons par rappeler les relations champs-potentiels :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \text{et} \quad \vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}.$$

La tension est souvent identifiée à la différence de potentiel selon la formule

$$u_{AB} = V_A - V_B.$$

La difficulté est une conséquence de la non-unicité des potentiels. Aucune expérience n'a réussi à mesurer les potentiels : ils apparaissent plutôt comme des intermédiaires

b. Par linéarité des équations de Maxwell, ce rapport est indépendant de la valeur maximale du champ électrique, et ne dépend que de la géométrie en ARQS électrique.

c. Rappelons que la loi des nœuds est une conséquence de la conservation de la charge en ARQS magnétique.

de calcul. Si  $\vec{A}$  et  $V$  mènent au champ électromagnétique  $(\vec{E}, \vec{B})$ , alors  $\vec{A} + \overrightarrow{\text{grad}} f$  et  $V - \frac{\partial f}{\partial t}$  aussi,  $f(M, t)$  étant une fonction quelconque du temps et de l'espace. On parle alors d'invariance de jauge. Mesurer une différence de potentiel n'a donc à première vue aucun sens car  $V_A - V_B$  vaut tout aussi bien  $V_A - V_B - \frac{\partial f}{\partial t}(A, t) + \frac{\partial f}{\partial t}(B, t)$ , avec  $f$  quelconque !

### Cas (simple?) de la statique

Le cas où la définition de Feynman est la plus adaptée concerne les régimes statiques (ou continus). On va donc essayer de commenter ce cas particulier.

En électrocinétique des régimes continus, une possibilité largement utilisée est de supposer que les potentiels sont indépendants du temps. Ainsi, on identifie clairement une tension à une différence de potentiel. Cependant, **ce choix brise l'invariance de jauge**<sup>d</sup> [2]. En effet, si en régime statique  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  doivent être indépendants du temps, il n'en est pas forcément de même pour  $V$  et  $\vec{A}$  qui ne sont pas mesurables. De plus, en électrocinétique, le potentiel est implicitement pris nul à l'infini (c'est la masse, reliée à la terre). Là aussi, on comprend que l'invariance de jauge est incompatible avec cette condition. Pour ces raisons, **même en statique, l'identification de la tension à la différence de potentiel impose une certaine jauge**.

Essayons de clarifier ce point. La jauge la plus naturelle (car covariante sous la transformation de Lorentz), dite jauge de Lorenz,

$$\text{div } \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} = 0$$

mène aux potentiels retardés, dont l'expression en ARQS devient

$$V(M, t) = \iiint_{\tau} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(P, t) d\tau_P}{PM} \quad \text{et} \quad \vec{A}(M, t) = \iiint_{\tau} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{j}(P, t) d\tau_P}{PM}. \quad (1)$$

Comme les charges et les courants sont stationnaires, les potentiels le sont aussi. Ils sont de plus nuls à l'infini<sup>e</sup>. La jauge de Lorenz<sup>f</sup> convient donc parfaitement pour identifier la tension et la différence de potentiel en statique.

## 3 Une expérience troublante ?

### 3.1 Schéma théorique et première approche

Une expérience proposée par R. Romer [3] est la suivante : un circuit avec deux résistances entoure une zone où le champ magnétique est non nul et dépend du temps

d. En d'autres termes, la séparation électrostatique/magnétostatique ne peut être totalement réalisée qu'en fixant une condition de jauge.

e. Si les charges et les courants sont d'extension spatiale finie.

f. Cette jauge se réduit en "statique" à la jauge de Coulomb  $\text{div } \vec{A} = 0$ .

(Fig. 4). En-dehors de la zone grisée, le champ magnétique est quasi nul. Qu'indiquent les deux voltmètres supposés parfaits<sup>g</sup> ?

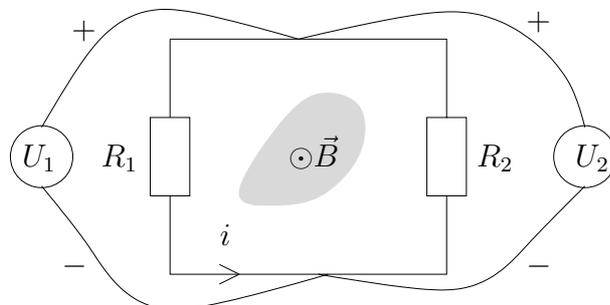


FIGURE 4 – Une expérience intéressante (le – indique la borne COM du voltmètre).

Les lois de l'induction dans le circuit indiquent :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = (R_1 + R_2)i.$$

Le voltmètre de gauche indique donc  $U_1 = R_1 i = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} \dot{\Phi}$  alors que celui de droite mesure  $U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \dot{\Phi}$ . On pourra remarquer que les deux tensions sont opposées si  $R_1 = R_2$ . L'argument de symétrie qui implique  $U_1 = U_2$  n'est pas valide car la présence d'un flux privilégie un sens de parcours du circuit.

**La loi des mailles est donc non valide ici.** Ce n'est pas étonnant car les hypothèses de Feynman ne sont pas vérifiées. Cette expérience semble porter un coup fatal à la différence de potentiel car celle-ci ne semble pas unique !

On comprend alors le choix de la définition de Feynman qui exclut ce genre de situation.

### 3.2 Réalisation expérimentale approchée

Une expérience analogue se réalise en fait très bien [4] (fig. 5), et permet de discuter des phénomènes plus précisément. Un générateur basse fréquence alimente une bobine de 500 spires, enroulée sur un noyau magnétique fermé, à une fréquence d'environ 800 Hz. Un circuit secondaire est constitué de deux résistances  $R_1$  et  $R_2$  et enlance le noyau de fer. Un oscilloscope est branché entre les points  $N$  et  $M$ , de manière directe (voie A) ou en enlaçant le noyau (voie B). En première approximation, le champ magnétique est non nul en dehors du noyau.

L'expérience montre que les deux voies de l'oscilloscope sont en opposition de phase, et en rapport d'amplitude  $R_1/R_2$ .

Le problème est d'interpréter les tensions indiquées par l'oscilloscope. On peut même imaginer un petit entrefer dans le noyau pouvant laisser passer le fil de la voie B de l'oscilloscope.

g. C'est-à-dire qu'aucune intensité ne parcourt leur branche de circuit.

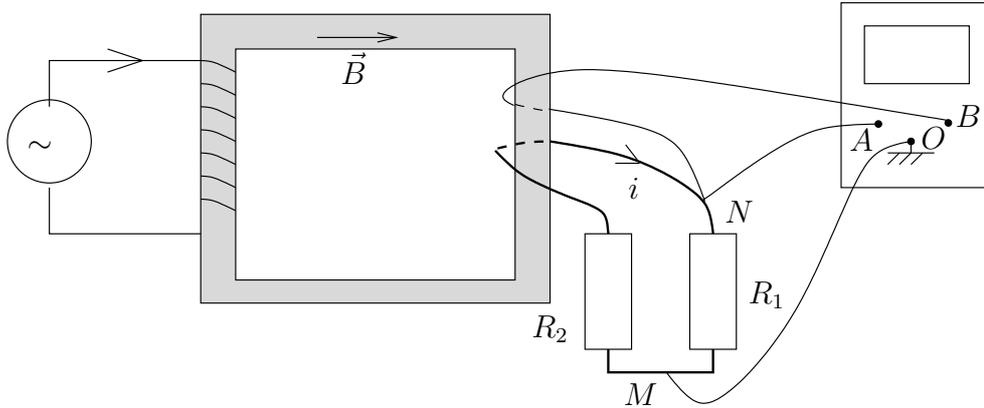


FIGURE 5 – Un exemple de réalisation.

#### 4 Extension de la première définition

La définition de Feynman est inapplicable ici. On peut choisir de la généraliser. Cette interprétation suit la référence [3] qui postule que tout voltmètre branché entre  $N$  et  $M$  mesure

$$u_{NM} = \int_{NM,V} \vec{E} \cdot d\vec{l},$$

l'intégrale étant évaluée le long du fil qui relie le voltmètre au circuit<sup>h</sup>. Contrairement à la définition de Feynman, l'unicité de  $u_{NM}$  n'est alors plus assurée.

Comme dans la partie précédente, l'intensité vaut sans ambiguïté

$$i = -\frac{\dot{\Phi}}{R_1 + R_2}.$$

Alors, la voie  $A$  indique

$$u_A = \int_{NAM} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_{NAOMR_1N} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{NR_1M} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} + R_1 i = 0 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \dot{\Phi},$$

le 0 indiquant la dérivée du flux au travers de la boucle par  $N$ ,  $A$ ,  $M$ ,  $R_1$  et  $N$ . En revanche, la voie  $B$  donne (le principe du calcul est similaire)

$$u_B = \int_{NBM} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \dot{\Phi} + \int_{NM,R_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \dot{\Phi}.$$

Dans ce dernier calcul, le flux est celui traversant la boucle passant par  $R_1$ ,  $N$ ,  $M$  et  $B$ . Il serait aussi possible de passer plutôt par la résistance  $R_2$ , mais le résultat serait le même. Le flux traversant la boucle  $R_2$ ,  $N$ ,  $M$  et  $B$  est alors nul, et il faut évaluer  $R_2 i$ .

h. Un tel chemin est supposé se refermer à l'intérieur du voltmètre.

Dans le cas où un entrefer permet de faire passer petit à petit le fil menant à la voie  $B$ , le flux traversant la boucle  $R_1$ ,  $M$ ,  $N$  et  $B$  serait de plus en plus faible (en valeur absolue) et les deux tensions s'identifient quand le fil arrivant en  $B$  n'enlace plus du tout le tore magnétique (entre autre, il est possible d'annuler  $u_B$ !).

Cette interprétation permet d'interpréter les résultats expérimentaux par des calculs sans ambiguïté. Toute tension doit être indiquée avec le chemin emprunté pour la mesurer. En revanche, la loi des mailles doit être abandonnée et remplacée par (figure 6)

$$\sum_i u_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

où  $\Phi$  est le flux magnétique total<sup>i</sup> au travers des chemins formés par l'ensemble des fils des voltmètres servant à mesurer les tensions<sup>j</sup>.

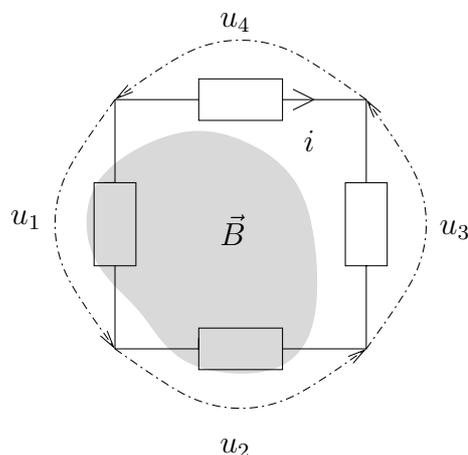


FIGURE 6 – Nouvelle loi des mailles.

## 5 Interprétation en terme de différence de potentiel

L'extension de la définition semble être en contradiction avec l'identification tension/différence de potentiel vu que la différence de potentiel semble alors dépendre de la manière dont on la mesure.

### 5.1 Réinterprétation de l'expérience

L'interprétation qui suit est celle donnée par la référence [5]. Étant donné une branche de circuit  $AB$ , on rappelle la loi d'Ohm généralisée (Fig. 7)

$$V_A - V_B = Ri_{AB} - e_{AB},$$

i.  $\Phi$  est orienté par le sens positif du courant, les tensions étant données en convention récepteur.  
j. Cet ensemble de chemins est bien fermé.

où  $e_{AB}$  est la force électromotrice induite dans la branche  $AB$  :

$$e_{AB} = - \int_A^B \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot d\vec{l}.$$

Évidemment, cette expression n'est pas invariante de jauge si la branche  $AB$  n'est pas fermée. On oubliera ce problème pour le moment.

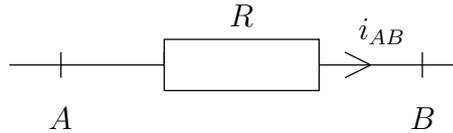


FIGURE 7 – Loi d'Ohm généralisée.

Considérons à nouveau le circuit de la figure 5. De même que précédemment, la loi d'Ohm généralisée appliquée à la boucle de circuit donne

$$i = - \frac{\dot{\Phi}}{R_1 + R_2}.$$

Pour connaître ce que l'oscilloscope reçoit sur la voie A, il faut évaluer  $V_A - V_O$ , où  $V_O$  est le potentiel de la masse. On peut appliquer la loi d'Ohm généralisée sur n'importe quel chemin, par exemple celui passant par  $R_1$  :

$$V_A - V_O = R_1 i - e_{ANR_1MO}.$$

Or,  $e_{ANR_1MO} \simeq e_{ANR_1MOA}$  car la distance  $OA$  est très faible, et  $\vec{A}$  n'a aucune raison de prendre des valeurs très grandes dans cette zone<sup>k</sup>. Le flux au travers de la surface considérée est quasiment nul, donc

$$V_A - V_O = - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \dot{\Phi}.$$

Il est de manière équivalente possible de passer au travers de la résistance  $R_2$  et de tenir compte du flux  $\Phi$ ... Pour la voie B,

$$V_B - V_O = R_2 i - e_{BNR_2MO}$$

si on choisit le chemin traversant  $R_1$ . Or,  $e_{BNR_2MO} \simeq e_{BNR_2MOB} = -\dot{\Phi}$ . Donc

$$V_B - V_O = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \dot{\Phi}.$$

Là aussi, on peut choisir de passer par la résistance  $R_2$ , auquel cas le flux traversant la boucle est nul.

k. C'est notamment le cas en jauge de Lorenz car les courants responsables du flux sont localisés dans le noyau magnétique.

Il est donc possible d'expliquer les résultats en terme de potentiel électrique. Cette fois-ci, l'explication de la différence de mesure sur les deux voies est que l'oscilloscope (ou plus généralement tout voltmètre) mesure la différence de potentiel entre ses bornes ( $A$  et  $O$ , ou  $B$  et  $O$  ici), et non entre les deux points du circuit auxquels il est connecté ( $N$  et  $M$  ici). Des forces électromotrices d'induction peuvent apparaître dans les fils liant le voltmètre au circuit, "faussant" la mesure de la différence de potentiel. L'avantage par rapport à la définition précédente de la tension est que la loi des mailles est toujours valide.

## 5.2 Et la condition de jauge ?

Le problème provient en revanche de l'invariance de jauge qui a bien disparu. Il est évidemment possible de postuler que les voltmètres donnent accès au potentiel scalaire dans la jauge de Lorenz<sup>1</sup>.

Expérimentalement, on peut quasiment avoir accès au potentiel scalaire en jauge de Lorenz par exemple en se plaçant dans l'ARQS électrique [6]. En effet, alors

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \simeq -\overrightarrow{\text{grad}} V.$$

Il est ainsi nécessaire de détailler le fonctionnement des voltmètres afin de pouvoir conclure sur la pertinence des deux approches.

## 6 Que mesure un voltmètre ?

### 6.1 Voltmètre du pauvre

Le voltmètre le plus simple (théoriquement) est constitué d'un opérateur qui déplace quasi statiquement une charge entre deux points  $A$  et  $B$ . Les forces s'exerçant sur la charge sont la force électrique  $\vec{F}_{\text{el}} = q\vec{E}^{\text{m}}$  et la force de l'opérateur  $\vec{F}_{\text{op}}$ . Comme le déplacement de la charge est quasistatique,  $\vec{F}_{\text{el}} + \vec{F}_{\text{op}} = \vec{0}$ . L'opérateur mesure le travail qu'il a fourni, et il en déduit la tension

$$u_{AO} = -\frac{W_{\text{op}}}{q} = -\frac{\int_A^O \vec{F}_{\text{op}} \cdot d\vec{l}}{q} = \int_A^O \vec{E} \cdot d\vec{l}.$$

### Tension

Le traitement précédent justifie la définition de la tension utilisée dans la partie 4.

---

1. Les potentiels sont uniques dans la jauge de Lorenz si on les suppose nuls à l'infini. En effet, deux potentiels par exemple scalaires vérifient  $\Delta V_1 = \Delta V_2 = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$  avec des conditions aux limites nulles à l'infini. Leur différence vérifie  $\Delta(V_1 - V_2) = 0$ , avec aussi des conditions nulles à l'infini. Les propriétés d'unicité des fonctions harmoniques avec conditions aux bords impliquent  $V_1 - V_2 = 0$ .

m. La partie magnétique de la force de Lorentz est nulle car la vitesse de la charge est quasi nulle.

Le procédé laisse entrevoir une différence entre l'intégration le long de toute la branche de dérivation (aspect théorique) par rapport à l'intégration entre les deux bornes du voltmètre (aspect expérimental). La différence est nulle si les fils sont en métal parfait ( $\vec{E}$  est nul dans ces fils) ou si la dérivation est parfaite, c'est-à-dire que l'impédance d'entrée du voltmètre est infinie (le courant est alors nul dans le fil, ainsi que  $\vec{E}$  selon la loi d'Ohm locale).

## Différence de potentiel

En revanche, comme on l'a signalé précédemment, il est a priori impossible d'accéder aux potentiels. Le succès de la prédiction précédente en terme de potentiel laisse envisager qu'on peut assez précisément mesurer des potentiels en jauge de Lorenz dans le cadre de l'ARQS. Comme on l'a dit précédemment, il faut alors pour accéder au potentiel que  $\vec{E} \simeq -\overrightarrow{\text{grad}} V$ ,  $V$  étant exprimé en jauge de Lorenz.

## 6.2 Oscilloscope

Le principe est de dévier un faisceau d'électrons envoyé entre deux plaques liées électriquement aux points entre lesquels on mesure la tension.

### Tension

Si l'influence du champ magnétique est négligeable sur le mouvement<sup>n</sup> et si le temps de passage des électrons est faible devant le temps de variation du champ électrique, alors la déviation des électrons est typiquement proportionnelle à  $\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$  si  $\vec{E}$  est supposé uniforme.

### Différence de potentiel

La zone entre les deux plaques constituent un condensateur. On suppose que le champ électromagnétique entre les deux plaques a pour seule origine les charges (éventuellement en mouvement) sur les plaques.

En ARQS et en jauge de Lorenz, les potentiels sont donnés par l'expression (1). Un élément  $dS$  entourant le point  $P$  d'une armature crée en un point  $M$  les potentiels élémentaires

$$dV(M, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma(P, t)dS}{PM} \quad \text{et} \quad d\vec{A}(M, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{j}_s(P, t)dS}{PM}.$$

Effectuons le rapport afin de connaître les ordres de grandeur respectifs :

$$\frac{\|d\vec{A}\|}{dV} \approx \mu_0\epsilon_0 \frac{j_s}{\sigma}. \quad (2)$$

n. Si le champ magnétique a pour seule origine les courants à la surface des plaques du condensateur, c'est effectivement le cas car alors  $E \gg cB$  dans cette situation d'ARQS électrique.

La relation de conservation de la charge sur les plaques s'écrit  $\text{div } \vec{j}_s + \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0$ , soit vu la géométrie à symétrie circulaire :  $\vec{j}_s = -\frac{r}{2} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \vec{u}_r$ . En supposant le régime harmonique (période  $T$ ,  $\omega = 2\pi/T$  et  $\lambda = cT$ ), on en déduit

$$j_s \approx r\omega\sigma.$$

L'ARQS (électrique) impose  $r\omega \approx \frac{rc}{\lambda} \ll c$ . On évalue finalement

$$\frac{\left\| \frac{\partial d\vec{A}}{\partial t} \right\|}{\left\| \text{grad } dV \right\|} \approx \frac{\frac{\|d\vec{A}\|}{T}}{\frac{dV}{r}} \approx \frac{\|d\vec{A}\|}{dV} \frac{r}{T} \ll \frac{1}{c} = 1$$

car la longueur de variation typique des potentiels est à peu près la taille  $r$  des armatures. **Le champ électrique est quasiment égal au gradient du potentiel (en jauge de Lorenz) dans la zone interarmature : il est donc possible d'accéder quasiment au potentiel électrique grâce à un oscilloscope.**

### 6.3 Voltmètre à galvanomètre

Un galvanomètre est typiquement constitué d'un cadre pouvant tourner dans un champ magnétique extérieur (disons un aimant pour simplifier). En régime continu, le passage d'un courant soumet le cadre à des forces de Laplace et l'angle de rotation permet d'accéder au courant. Le galvanomètre peut ensuite être mis en série avec une très grande résistance  $R_v$ . Le galvanomètre mesure alors la faible intensité  $i_v$  qui le parcourt et indique comme résultat  $R_v i_v$ .

Pour le fonctionnement en régime temporel, le courant peut par exemple être redressé par une diode puis moyenné par un filtre. On mesure alors la valeur moyenne qui est continue. On est revenu au cas du régime continu, qui est examiné ci-dessous.

#### Tension

Comme  $\int_A^O \vec{E} \cdot d\vec{l} = R_v i_v$  en utilisant la loi d'Ohm locale le long du fil, on en déduit que le voltmètre indique bien la tension. On notera que dans ce cas, l'intégrale le long des fils menant au voltmètre donnera un résultat quasi négligeable car la résistance des fils est très faible devant celle du voltmètre.

#### Différence de potentiel

La différence de potentiel vaut donc  $V_A - V_O = R_v i_v - e_{AO}$ , avec  $e_{AO} = -L \frac{di_v}{dt} - \dot{\varphi}$ .  $L$  est l'autoinductance du cadre du voltmètre et  $\varphi$  le flux du champ magnétique extérieur auquel est soumis le cadre. D'une part,  $i_v$  et ses dérivées<sup>o</sup> sont très faibles alors que

<sup>o</sup>. Les dérivées temporelles reviennent ici à multiplier par la pulsation du signal.

$L$  n'est pas spécialement importante. D'autre part, la variation de flux magnétique extérieur est liée au courant  $i_v$ <sup>p</sup> car le moment des actions de Laplace lui est proportionnel. Ainsi,  $\dot{\varphi} \ll R_v i_v$ . Au total, le voltmètre indique quasiment  $V_A - V_O$ .

#### 6.4 Voltmètre numérique

Il existe de nombreux voltmètres numériques, avec des principes de fonctionnement différents. Le voltmètre numérique le plus simple compare le signal (supposé positif) à une rampe partant de 0 et mesure (de manière discrète) le temps nécessaire pour que le signal de rampe devienne supérieur au signal à mesurer.

Un schéma expérimental simple consiste à intercaler entre le signal à mesurer (entre les points  $A$  et  $O$ ) et la rampe  $r(t)$  une forte résistance  $R_e$  (le courant est donc très faible dans cette branche de circuit et ne perturbe pas les autres branches auxquelles elle est connectée) et un galvanomètre<sup>q</sup> (figure 8). Pour fixer les idées, la rampe  $r(t)$  est prélevée aux bornes d'un condensateur alimenté par une source de courant<sup>r</sup>. Le signe de l'intensité mesurée dans le galvanomètre permet de comparer le signal à la rampe.

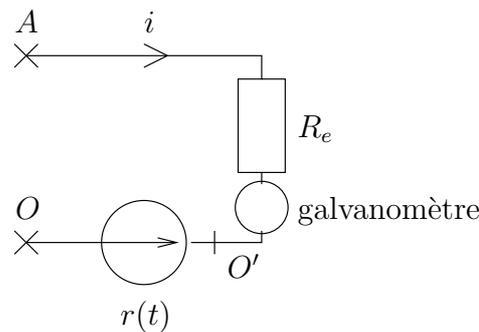


FIGURE 8 – Schéma de principe d'un voltmètre numérique.

#### Tension

Dans cette approche,

$$u_{AO} = \int_A^O \vec{E} \cdot d\vec{l} = R_e i + r(t).$$

On a ici négligé la contribution du galvanomètre. Le signe de  $i$  permet donc de comparer  $u_{AO}$  à  $r(t)$ . Le voltmètre numérique indique alors la tension.

p. On suppose ainsi que le flux extérieur au cadre est uniquement dû à l'aimant du galvanomètre.  
q. Les voltmètres numériques ne contiennent évidemment pas de galvanomètre, mais plutôt un comparateur constitué par exemple d'un amplificateur opérationnel. Il s'agit ici simplement d'expliquer le principe.

r. On a dans ce cas  $r(t) = i_0 t / C$ .

## Différence de potentiel

La loi d'Ohm généralisée donne

$$V_A - V_{O'} = R_{AO'} i - e_{AO'} \simeq R_e i$$

si on néglige la circulation de  $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$  entre  $A$  et  $O'$ . Ces derniers sont supposés très proches et la jauge de Lorenz assure que le potentiel vecteur ne prend pas des valeurs très importantes dans cette zone. Pour le condensateur,  $u_{O'O} = r(t) = V_{O'} - V_O$  vu l'ARQS électrique le régissant. Alors

$$i = \frac{V_A - V_{O'}}{R_e} = \frac{(V_A - V_O) - r(t)}{R_e}.$$

Le voltmètre numérique permet d'obtenir avec une bonne approximation la différence de potentiel (en jauge de Lorenz).

## 7 Conclusion ?

Rien ne s'oppose à interpréter les expériences en terme de tension ou de différence de potentiel. Les deux mènent à des résultats identiques. Chacune des deux approches nécessite des approximations. L'approche "tension" suppose entre autres que le circuit est bien fermé à l'intérieur du voltmètre, que la circulation du champ électrique le long des fils liant le voltmètre au circuit est nulle et abandonne la loi des mailles usuelle. En revanche, pour l'approche en différence de potentiel, on se place dans une situation qui rompt l'invariance de jauge. Ce point n'est pas gênant car cette même invariance de jauge est rompue dans les cadres de l'électrostatique et de la magnétostatique sans que personne ne s'en offusque !



# Bibliographie

- [1] R. Feynman, Cours de physique : Électromagnétisme 2 (InterEditions ou Dunod pour une édition française)
- [2] A. Boussié, Bulletin de l'Union des Physiciens 744, p. 757 (1992)
- [3] R. Romer, Am. J. Phys. 50(12), 1089 (1982)
- [4] R. Fleckinger, R. Carles et J.-P. Pérez, Bulletin de l'Union des Physiciens 722, p. 375 (1990)
- [5] P. Jean, Bulletin de l'Union des Physiciens 728, p. 1263 (1990)
- [6] A. Domps, Bulletin de l'Union des Physiciens 851(2), p 159 (2003)